I Definitii:

1. Eroare absoluta, eroare relative, eroare absoluta maxima, interval de incertitudine, cifre semnificative.
2. Regula cifrei pare
3. Aproximarea unui nr cu n cifre semnificative sau cu n zecimale exacte (definitii)
4. Ecuatii(operatoriale) omogene si neomogene
5. Solutia unei ecuatii (operatoriale)
6. Ecuatii echivalente
7. Metode directe de rezolvare a sist. de ec: definitie, exemple
8. Metode iterative de rezolvare a sist. de ec: definitie, exemple
9. Norme matriceale
10. Problema generala de interpolare a functiilor
11. Scrieti formula generala de interpolare polinomiala a unei functii
12. Interpolarea Lagrange, formula lui Lagrange
13. Polinoame fundamentale de interpolare Lagrange
14. Interpolarea Hermite, formula lui Hermite
15. Polinoame fundamentale de interpolare Hermite
16. Interpolarea functiilor de doua variabile pe dreptunghiuri folosind metoda produsului tensorial
17. Interpolarea blending (transfinita) a functiilor de doua variabile.
18. Diferente finite de ordinul 1 si de ordinul n a unei f-tii
19. Diferente divizate de ordinul 1 si de ordinul n a unei f-tii
20. Ce este o formula de cuadratura
21. Grad de exactitate al unei formule de cuadratura

II Subiecte teoretice + algoritmi *

1. Propagarea erorii
2. Rezolvarea sistemelor algebrice liniare (principiul metodei, algoritm, conditii de oprire si elemente legate de precizia metodei):
    a. metode directe – Gauss cu toate variantele, met radicalului sau a lui Cholesky
    b. metide iterative – principiu general, criterii de oprire, metoda aproximatiilor succesive, met. lui Jacobi, met lui Gauss- Seidel, met. relaxarii
3. Rezolvarea ecuatiilor: met injumatatirii intervalului, met. coardei si a tangentei (principiul metodei, algoritm, conditii de oprire si elemente legate de precizia metodei)
4. Interpolarea Lagrange: definitie, forma polinoamelor fundamentale de interpolare, algoritmi de calcul, algoritmul lui Aitken
5. Formule de cuadratura de tip interpolator
6. Formula trapezului.(formulare pb. forma restului, grad de exactitate, discutie privind posibilitatea de aproximare cu o precizie data.) Formula repetata a trapezului .(formulare pb. forma restului, grad de exactitate, discutie privind posibilitatea de aproximare cu o precizie data, algoritm.) Algoritmul lui Romberg pentru formula trapezului.
7. Formula lui Simpson.(formulare pb. forma restului, grad de exactitate, discutie privind posibilitatea de aproximare cu o precizie data.) Formula repetata a lui Simpson.(formulare pb. forma restului, grad de exactitate, discutie privind posibilitatea de aproximare cu o precizie data, algoritm.) Algoritmul lui Romberg pentru formula trapezului.

* La o problema teoretica legata de un subiect nu e necesar sa se ceara intreaga problematica formulata la subiecte. Se va specifica exact ce se doreste a se prezenta.
La un subiect teoretic se vor da si toate notiunile care tin de acel subiect, definitii, etc.

III Probleme

1. Calculul erorilor

Exemplu de problema:

1. Calculati erorile absolute si relative pentru a=3,14; x=3,141592 unde *x* este valoarea exacta si *a* o aproximatie a sa.

2. Regula cifrei pare

Exemple de probleme:

1. Sa se rotunjeasca cu 3 zecimale, x=8.9865, folosind regula cifrei pare.
2. Determinati cu cate zecimale exacte este aproximat numarul x=499.987 de catre numarul a1=500.1

3. Aproximarea unui nr cu n cifre semnificative sau cu n zecimale exacte

Exemple de probleme:

1. Sa se calculeze o margine a erorii relative pentru aproximarea numarului $\sqrt{2}$ cu 2 cifre semnificative exacte.
2. Sa se calculeze o margine a erorii relative pentru aproximarea numarului *pi= 3.14159265358979* cu 3 cifre semnificative exacte.

4. Propagarea erorii (care este eroarea rezultatului daca se cunosc erorile datelor de intrare, care ar trebui sa fie eroarea datelor de intrare pt. a obtine o anumita eroare a rezultatului, cu cate cifre exacte se obtine suma cunoscand numerele care se aduna si erorile lor, etc.)

Exemple de probleme:

1. Un con are raza r≈1m, inaltimea h≈2m. Cu ce erori absolute trebuie determinate r, h, si consideram $\pi \approx 3.14$ astfel ca volumul $V=\pi r^2 h/3$ sa poata fi calculat cu o eroare mai mica de 0.01 m^3.
2. Sa se calculeze o margine a erorii absolute Δf si relative δf pentru lungimea cercului, cu raza egala 2±0.01cm si $\pi \approx 3.14$. (lungimea cercului=$2\pi r$)
3. x = 1.33 cm ± 0.05 cm
   y = 0.35 cm ± 0.04 cm
   Se cere sa se calculeze eroarea absoluta a lui q1 = x + y, q2=x*y

5. Rezolvarea unui sistem cu met Gauss, Cholesky, Jacobi, Gauss-Seidel.

Exemple de probleme:

1. Sa se rezolve sistemul de mai jos, folosind metoda eliminarii lui Gauss:
$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -2 \\ 2x_1 - 6x_2 + 9x_3 = 3 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -3 \end{cases}$$

2. Aplicand metoda lui Jacobi sa se rezolve sistemul de ecuatii liniare cu eroare mai mica decat 10^{-3}.

$$\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 6 \\ -x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 7 \\ -x_1 - x_2 + 10x_3 = 8 \end{cases}$$

3. Fie sistemul liniar: $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$

   Sa se determine solutiile aproximative a sistemului folosind metoda lui Gauss-Seidel cu 2 pasi si unde $x^{(0)}=0$.

6. Scrierea unui numar de iteratii dintr-o metoda de rezolvare a ecuatiilor: met injumatatirii intervalului, met. coardei si a tangentei

Exemple de probleme:

1. Sa se determine radacina reala a ecuatiei f(x), situata in intervalul [0,10] pentru ecuatia $f(x) = x^2 - 9$, utilizand metoda bisectiei si folosind 4 iteratii.
2. Sa se determine radacina reala a ecuatiei $25*x^2-10x+1=0$, situata in intervalul [0,1] folosind metoda coardei si 2 iteratii.
3. Sa se determine radacina reala a ecuatiei $x^3+x-0.1=0$, situata in intervalul [0,1] folosind metoda tangentei si 2 iteratii.

7. Scrierea polinomului lui Lagrange care interpoleaza o functie, corespunzator unor perchi (x, y) de valori date, cu y=f(x).
8. Scrierea polinoamelor fundamentale de intrepolare Lagrange, pentru problema de interpolare Lagrange data la punctul anterior.

Exemple de probleme:

1. Se da tabela:

x	0	1	2	4
y=f(x)	1	0	0	-3

   Sa se determine polinomul de interpolare Lagrange pt tabela de mai sus.

2. Functia $f(x)=\sqrt[3]{x}$ este data prin intermediul urmatorului tabel:

x	1.0	1.1	1.3	1.5	1.6
y=f(x)	1.000	1.032	1.091	1.145	1.170

   Sa se determine polinomul de interpolare Lagrange pt tabela de mai sus.

3. Stiind ca pentru:

x	12	14	20	22
y=f(x)	70	52	40	41

   Sa se aproximeze *f*(18) folosind polinomul lui Lagrange.

4. Stiind ca pentru valorile functiei f(x,y) pentru x din {0,1,2,3} si y din {-1,0,1} sunt date in tabelul de mai jos:

y \ x	0	1	2	3
-1	1	2	-1	3
0	2	3	1	4
1	3	5	2	6

Sa se aproximeze *f*(2.5,0.5) folosind polinomul lui Lagrange bidimensional obtinut prin metoda produsului tensorial.

9. Sa se scrie o formula de quadratura pentru functia f(x), pornind de la formula lui Lagrange, daca se cunosc perechi de valori (x, y), cu y=f(x).

10. Rezolvati print-o metoda de cuadratura o integrala (numarul de puncte utilizate in formula va fi suficient de mic pentru a permite rezolvarea manuala a exemplului, si nu se cere ducerea calculului pana la sfarsit)

Exemple de probleme:

1. Sa se utilizeze formula de cuadratura repetata a trapezului pentru n=8 la calculul integralei $\int_0^1 \frac{1}{x+1}dx$ si sa se compare rezultatul cu valoarea exacta a acestei integrale *ln 2*.
2. Sa se utilizeze formula de cuadratura a trapezului pentru n=4 la calculul integralei $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx$ si sa se compare rezultatul cu valoarea exacta a acestei integrale $\frac{\pi}{4}$.
3. Sa se calculeze valoarea aproximativa a urmatoarei integrale folosind metoda lui Simpson, considerand *m=2n*, numarul de subintervale egale, specificat in fiecare caz in parte.

$$\int_0^1 \frac{1}{x+1}dx, \quad (\mathrm{m} = 4)$$